

# ANALYSE NUMÉRIQUE 3D PAR LA MÉTHODE DES VOLUMES FINIS NON STRUCTURÉS DE LA MACHINE SYNCHRONE SUPRACONDUCTRICE HTC BASÉE SUR LA CONCENTRATION DU FLUX

R. BOUMARAF<sup>(1,2)</sup>, S. M. MIMOUNE<sup>(2)</sup>, M. L. KHENE, L. ALLOUI

<sup>(1)</sup>Laboratoire de Génie Electrique de Biskra LGEB, Université de Biskra, BP 145, Biskra, Algérie

<sup>(2)</sup>Laboratoire de Modélisation des Systèmes Energétiques LMSE, Université de Biskra, BP 145, Biskra, Algérie  
r.boumaraf@univ-biskra.dz, s.mimoune@univ-biskra.dz

## RESUME

Une contribution à la modélisation tridimensionnelle (3D) des phénomènes électromagnétiques d'une machine synchrone supraconductrice basée sur la concentration de flux, avec un inducteur contenant à la fois des matériaux supraconducteurs en bloc et filamentaire pour créer un champ magnétique alternatif dans l'entrefer, est effectuée en utilisant la méthode de volume finis basée sur un maillage non structuré. Un prototype utilisant des fils supraconducteurs NbTi et des pastilles (bulk) YBCO a été conçu et construit avec succès [5] et a été étudié avec la méthode Monte Carlo.

Dans cet article, le modèle numérique suggéré est une nouvelle approche de la méthode du volume finis où le flux et les potentiels magnétiques seront calculés aux niveaux des volumes de contrôle modifiés par rapport à ceux utilisés dans la méthode conventionnelle. Cette approche est basée sur l'utilisation d'une grille non structurée dédiée à modélisation des systèmes à géométries plus complexes, d'une façon plus rigoureuse et plus conforme sans que cela ne génère un nombre de mailles trop important. Une comparaison des résultats de cette méthode avec des résultats expérimentaux vérifie la validité de cette approche et du modèle numérique proposé.

**MOTS CLES:** Modélisation Numérique, Méthode volume de contrôle, concentration de flux, SHTc supraconducteurs à haute température critique, machine synchrone supraconductrice.

## 1 INTRODUCTION

Découverte en 1911, la supraconductivité est un nouvel état de la matière [1]. Cet état se distingue par une remarquable combinaison de propriétés électriques et magnétiques. Une absence complète de la résistivité au passage d'un courant électrique entraînant une circulation du courant sans pertes par effet Joule, est la principale caractéristique de la supraconductivité. Une autre propriété fondamentale est le diamagnétisme parfait ou l'effet Meissner; un supraconducteur expulse les lignes de flux magnétiques appliquées hors de son volume.

L'apparition de l'état supraconducteur est limitée par trois paramètres critiques, à savoir : la température, l'induction magnétique et la densité de courant [2].

Les supraconducteurs prennent une place importante dans la recherche actuelle en électrotechnique, des promesses extraordinaires que toute une communauté tente d'exploiter.

Les applications des supraconducteurs dans le domaine de l'électrotechnique s'expliquent par les forts champs électromagnétiques, ainsi que par les densités de courant

très élevées qu'ils peuvent transporter, permettant une grande puissance massique. La découverte des supraconducteurs SHTc a donné un nouvel élan à la recherche dans le domaine de la supraconductivité, ces nouveaux matériaux ne cessent d'évoluer et toutes les propriétés de l'état supraconducteur sont exploitées.

De nos jours, l'utilisation de machines électriques de fortes puissances s'est généralisée dans diverses applications industrielles telles que la propulsion navale ou la génération d'énergie éolienne. Ces applications imposent un cahier des charges très optimisé en termes d'encombrement et de masse tout en gardant des couples de sortie très élevés.

Ainsi, il y a un réel besoin industriel de motorisation électrique compacte. Les solutions conventionnelles utilisant du cuivre et des aimants permanents se heurtent à des limites technologiques. L'induction maximale dans l'entrefer est limitée par la saturation des parties ferromagnétiques (surtout les dents statoriques) et la taille des machines par un critère de refroidissement. Le développement de ces machines ne

permettra donc pas une révolution significative des performances en termes de compacités (2 à 3 fois celle

d'aujourd'hui). C'est pourquoi, on se tourne vers l'utilisation de nouveaux matériaux tels que les supraconducteurs pour augmenter le champ magnétique dans l'entrefer [2].

Une machine supraconductrice subit des changements profonds au niveau même de sa structure par rapport à une solution conventionnelle. Le circuit magnétique, élément fondamental en technologie classique, se réduit à une simple couronne à l'extérieur de l'induit supraconducteur avec comme rôle principal celui d'écran magnétique en confinant le flux à l'intérieur de la machine. Cette structure « air » autorise des gains en poids très importants. L'absence d'encoches magnétiques laisse présager un excellent comportement vibratoire et une grande discrétion acoustique, deux autres points favorables. Elle simplifie les problèmes d'isolation.

Afin d'explorer les différentes possibilités d'utilisation des matériaux supraconducteurs dans les machines électriques. Plusieurs laboratoires de recherche consacrent des efforts conséquents à la recherche de nouvelles structures de machines électriques. L'approche expérimentale est indispensable pour valider une nouvelle structure, étudier son comportement réel, acquérir savoir-faire et expérience.

Dans notre cas, on s'intéresse au développement d'un moteur synchrone à concentration de flux, utilisant un inducteur à structure originale [3] conçu à partir des matériaux supraconducteurs utilisés sous deux formes différentes. La première sous forme filaire utilisé comme bobine inductrice pour générer un fort champ magnétique créé par les densités de courant très élevé, la seconde sous forme de pastille supraconductrice massive utilisé pour orienter et concentrer le champ magnétique dans un chemin bien défini.

## 2 CONFIGURATION DE LA MACHINE

Un inducteur original basé sur un principe de concentration de flux a été étudié [4][5]. Ensuite un moteur synchrone a été construit et testé avec succès à Nancy. Deux solénoïdes supraconducteurs à basse température (NbTi) alimentés par des courants en opposition créent un champ magnétique élevé. Ce champ est ensuite modulé par des pastilles supraconductrices YBCO « Bulk », ce qui permet d'obtenir une répartition alternative de l'induction d'entrefer.

Le nombre des écrans détermine le nombre des pôles magnétique de l'inducteur.

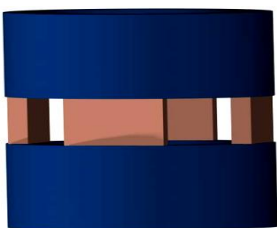


Figure 01: Structure de l'inducteur

## 3 MODELISATION DU PROBLEME

Pour mettre en œuvre le code de calcul, nous avons besoin de modéliser les différents milieux magnétiques du système à étudier. Le problème à traiter est composé par des bobines supraconductrices parcourus par des courants, sources de champ magnétique, et par un matériau diamagnétique (supraconducteur). Les équations de Maxwell en régime statique seront utilisées pour la modélisation du comportement magnétique des supraconducteurs.

En ce qui concerne les solénoïdes, le modèle Coulombien est adopté dans ce dernier, on introduit des densités volumiques et superficielles de masses magnétiques fictives. Les calculs sont menés à partir de la détermination d'un potentiel scalaire magnétique  $V$  solution de l'équation de Laplace. Le calcul de l'induction magnétique est effectué en dérivant ce potentiel.

Dans le traitement de ce problème, nous avons considérées les hypothèses suivantes : Les deux solénoïdes sont assimilés à une densité de courant volumique uniforme dans toute la section du bobinage,

Les écrans supraconducteurs sont considérés comme des diamagnétiques parfaits et parfaitement homogènes,

La modélisation consiste à trouver une représentation simple de ce système, elle sera composée de trois parties :

1. la modélisation des deux solénoïdes,
2. la modélisation des écrans magnétiques,
3. la définition des conditions de passages et des conditions aux limites du système.

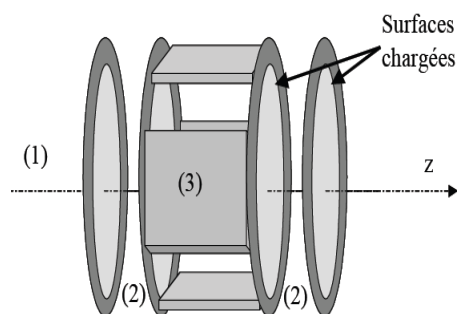


Figure 02: Modélisation de l'inducteur

Chaque solénoïde est remplacé par 4 surfaces chargées les densités surfaciques équivalentes de charges magnétiques ont pour expressions :

$$\begin{cases} \sigma_{m1} = \mu_0 J_s (R_e - R_i) & \text{pour } 0 < r < R_i \\ \sigma_{m2} = \mu_0 J_s (R_e - r) & \text{pour } R_i < r < R_e \end{cases} \quad (1)$$

Avec :  $R_i$  et  $R_e$  les rayons intérieur et extérieur du solénoïde respectivement

Le potentiel scalaire  $V$  sera calculé par l'équation de

Laplace suivante :

$$\Delta V = 0 \quad (2)$$

Les conditions de passage à travers une source superficielle sont:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_1 - \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_2 = \sigma_{m1} \quad \text{pour } Ri < r < Re$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_1 - \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_2 = \sigma_{m2} \quad \text{pour } 0 < r < Ri$$

Concernant les écrans magnétiques, le diamagnétisme parfait permet d’avoir une composante normale du champ magnétique nulle à l’intérieur et à la surface du matériau, ce qui nous permet d’écrire :

$$\vec{B} = 0 \quad \text{dans le milieu 3}$$

Pour déterminer la condition du passage du milieu 1 au milieu 3 nous associons au supraconducteur une perméabilité  $\mu_s$ .

$$\mu_0 \left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_1 - \mu_s \left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_3 = 0$$

- la première partie concerne les équations à résoudre pour déterminer la valeur du potentiel scalaire magnétique
- La deuxième partie concerne le calcul de l’induction magnétique à partir du potentiel scalaire magnétique.

Le modèle simple de notre système, peut être résumé en le système suivant :

$$\begin{cases} \Delta V = 0 \\ \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_1 - \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_2 = \pm \sigma \\ \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_3 = 0 \text{ Sur la surface du supraconducteur} \\ V = 0 \text{ sur les limites} \end{cases} \quad (3)$$

#### 4 METHODE DE CALCULE

Notre travail s’articule sur le développement d’un code de calcul tridimensionnel sous l’environnement Matlab pour la résolution et la modélisation tridimensionnelle électromagnétique des systèmes comportant les supraconducteurs à haute température critique (HTC). Ce

code présente une approche de la méthode des volumes finis MVF [6]. Celle-ci basée sur un maillage non-structuré avec un volume de contrôle de type volume modifié (VCM) adapté pour modéliser les phénomènes électromagnétiques dans des dispositifs de formes géométriques complexes ayant des matériaux supraconducteurs.

C’est une amélioration d’un travail précédent considérant les géométries complexes, qui seront modélisées de façon plus rigoureuse et plus conforme sans que cela ne génère un nombre de mailles trop important. C’est tout l’avantage de cette approche de la MVF, le maillage va suivre naturellement la forme de la structure étudié.

Ce dernier sert à discrétiser le domaine où le problème est formulé en l’approchant par l’union des volumes de contrôle formant son maillage. Le volume de contrôle modifier 2D est présenté par la fig 3. Ce type de volume de contrôle (VCM 2D) demande un maillage primaire, on utilise dans ce cas le maillage triangulaire de Delaunay. Le volume de contrôle VCM s’obtient en joignant les centres de gravités des triangles de Delaunay ayant un sommet en commun. Chaque volume élémentaire  $D_p$  entoure un point dit principal (P) est délimité par des segments latéraux nommés (dlt), le nombre de ces derniers est égal aux nombre des nœuds voisins de chaque nœuds P. dlt représente la distance entre les centres de gravités de deux éléments triangulaires voisins.

Dans le VCM,  $d_{lp}$  définit la distance entre le nœud principal P et les nœuds voisins et S est la surface transversale du volume de contrôle.

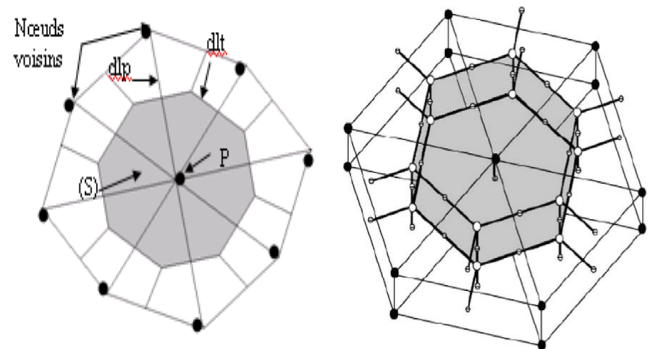


Figure 03: structure de volume de contrôle élémentaire modifié en 2D

Le volume de contrôle modifier élémentaire 3D (VCM 3D) proposé s’obtient en élévation en tranche des VCM 2D.

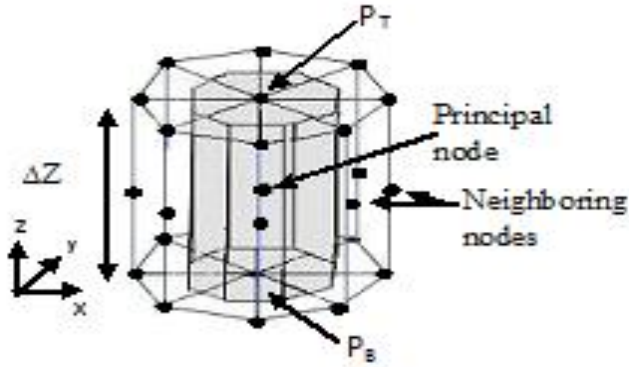


Figure 04: La structure de volume de contrôle élémentaire modifié en 3D (VCM 3D)

Le volume VCM 3D est limité par plusieurs facettes liées aux nœuds voisins du nœud principal (P). PT et PB sont respectivement les nœuds supérieurs et inférieurs du volume de contrôle (Fig.4).

L'application du maillage de la méthode VCM 3D sur des différentes régions de l'inducteur étudié et représentée sur les figures suivantes :

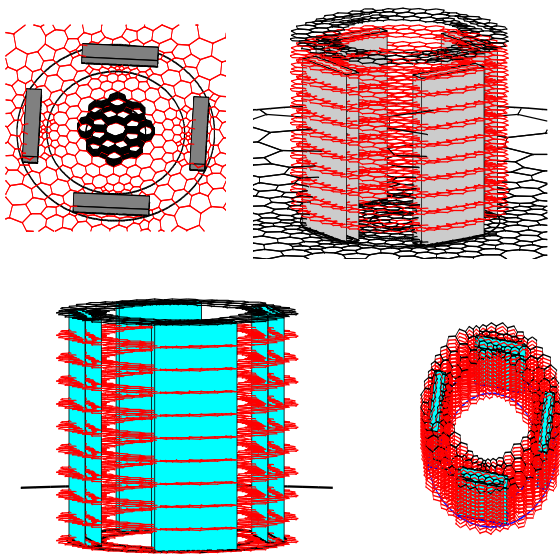


Figure 05: Structure de volume de contrôle modifié en 3D (VCM 3D) de l'inducteur

## 5 DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR LA MVFM

La première équation aux dérivées partielles du système (3) sera intégrée dans le volume de contrôle DP comme suit :

$$\iiint_{D_p} \nabla \cdot (\nabla V) d\tau = 0 \quad (4)$$

En utilisant le Théorème de Ostrogradski, la divergence l'intégrale en volume de l'équation (3) est transformée en intégrale de surface[8][9]. On donne l'exemple sur la composante Vz :

$$\iiint_{D_p} \nabla \cdot (\nabla V_z) d\tau = \iint_{\Sigma_{sl_{ai}}} \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_{l_{ai}} + \iint_{k=T,B} s_k \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_k \quad (5)$$

Le terme  $\iint_{\Sigma_{sl_{ai}}} \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_{l_{ai}}$  de l'équation (5) représente le flux du gradient potentiel scalaire magnétique Vz les facettes latérales du volume Dp fig. 3.

Le terme  $\iint_{k=T,B} s_k \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_k$  de l'équation (5) représente le flux du gradient potentiel scalaire magnétique Vz les facettes top and bottom respectivement du volume Dp.

Pour calculer les termes des surfaces Top and Bottom, une approximation de premier ordre est utilisée. Par exemple le terme pour la facette Top :

$$\iint \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_T = \frac{V_z^T - V_z^B}{\Delta z_t} \Delta s_t \quad (6)$$

$$\iint_{\Sigma_{sl_{ai}}} \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_{l_{ai}} = \iint \nabla V_z \cdot \frac{d\mathbf{l}}{dl_p} \sin(\overline{d\mathbf{l}}, \overline{d\mathbf{l}_p}) \cdot \Delta z \quad (7)$$

$$\iint_{\Sigma_{sl_{ai}}} \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_{l_{ai}} = \iint \nabla V_z \cdot \frac{d\mathbf{l}}{dl_p} \sin(\overline{d\mathbf{l}}, \overline{d\mathbf{l}_p}) \cdot \Delta z \quad (8)$$

$$\iint_{\Sigma_{sl_{ai}}} \nabla V_z \cdot d\mathbf{s}_{l_{ai}} = \iint \nabla V_z \cdot \frac{d\mathbf{l}}{dl_p} \sin(\overline{d\mathbf{l}}, \overline{d\mathbf{l}_p}) \cdot \Delta z \quad (9)$$

On considère N le nombre de nœuds voisins à chaque nœud principal (p), l'équation devient :

$$\sum_{i=1}^N \frac{V_{zi} - V_{zp}}{dl_p} d\mathbf{l}_i \sin(\overline{d\mathbf{l}_i}, \overline{d\mathbf{l}_p}) \cdot \Delta z \quad (10)$$

Le développement de cette formule conduit à une équation algébrique qui lié l'inconnue Vz<sub>p</sub> du nœud principale aux inconnues V<sub>zi</sub> des nœuds voisins [9]:

$$\left( \sum_{i=1}^N \frac{dlt_i}{dlp_i} \sin(\overrightarrow{dlt}, \overrightarrow{dlp}) \cdot \Delta z \right) V_{zp} = \sum_{i=1}^N (dlt_i \sin(\overrightarrow{dlt}, \overrightarrow{dlp}) \cdot \Delta z V_{zi}) \quad (11)$$

Nous posons :

$$\begin{cases} ap_i = \frac{dlt_i}{dlp_i} \sin(\overrightarrow{dlt}_i, \overrightarrow{dlp}_i) \\ ap = \sum_{i=1}^N ap_i \end{cases} \quad (12)$$

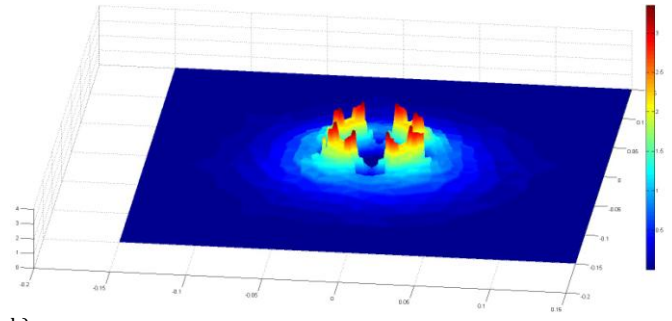
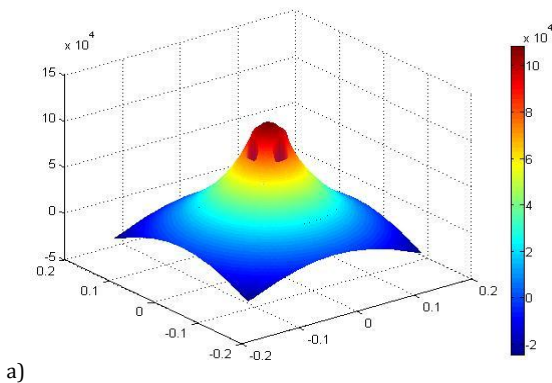
Donc l'équation (7) devient :

$$ap B_p = \sum_{i=1}^N (ap_i B_i) \quad (13)$$

Les coefficients obtenus décrivent les propriétés géométriques et physiques du volume de contrôle de chaque nœud. Tous les termes d'intégrale résultant de système (12) sont évalués. Un système d'équations algébriques est construit avec des conditions aux limites appropriées. Pour la résolution de ce système algébrique on fait appel la méthode itérative méthode de Gauss Seidel.

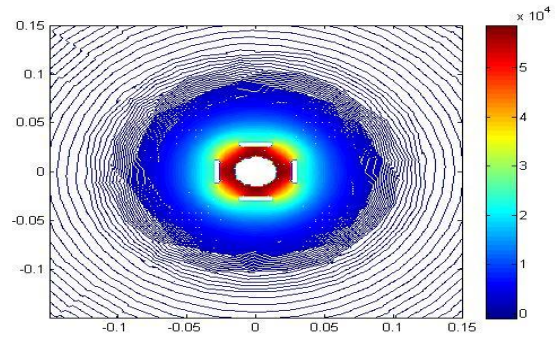
## 6 RÉSULTATS

Les figures.6 (a et b) présentent respectivement la répartition spatiale du potentiel scalaire au plan milieu de l'inducteur dans les deux cas sans et avec la pastille.

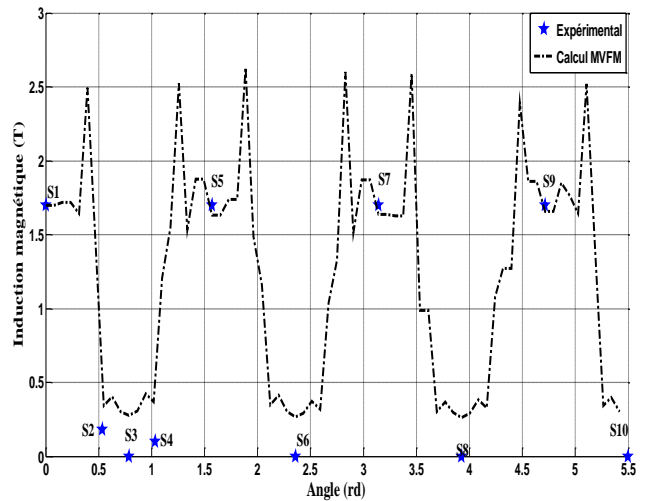


b) **Figure 06: la répartition spatiale du potentiel scalaire au plan milieu de l'inducteur**

La Figure 7) présente la répartition spatiale du potentiel scalaire au plan milieu suivant le plan X-Y comportant la pastille supraconductrice.



**Figure 07: Répartition spatiale du potentiel scalaire au plan milieu de l'inducteur**



**Figure 08 : Comparaison entre l'induction calculée et mesurée**

La répartition angulaire de l'induction produite par l'inducteur est relevée grâce à dix sondes à effet Hall numérotés de S1 à S10 [5], disposées autour de la partie active de l'inducteur suivant un cercle dont le centre

coïncide au milieu de la structure. La figure 8 présente une comparaison entre ces points de mesures de l'induction magnétique et celles calculées sur le contour de l'inducteur. La corrélation entre les deux résultats numérique et expérimentale est très satisfaisante. Les positions angulaires S2, S3, S4, S6, S8 et S10 sont dû aux positions expérimentales des sondes qui sont collées contre les écrans, alors que pour le calcul l'induction est relevée suivant un rayon constant de 33mm correspondant au début de l'entrefer (figure 9).

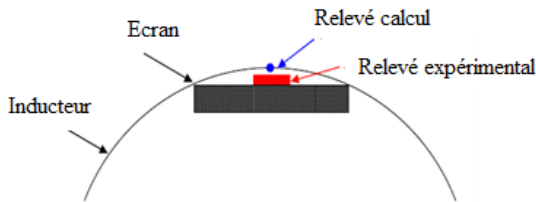


Figure 09: Disposition de la sonde à effet Hall

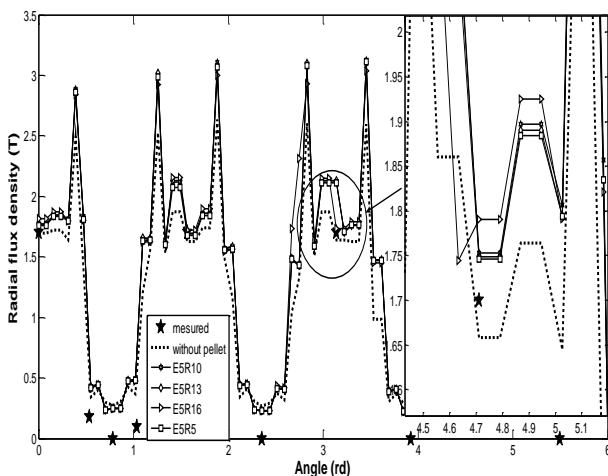


Figure 10: Variation angulaire de l'induction magnétique dans l'entrefer pour différents rayons avec une épaisseur de la pastille  $e = 5\text{mm}$

Le code de calcul est appliqué aussi sur l'inducteur en présence de la pastille centrale. La distribution angulaire de l'induction magnétique sur le contour de l'inducteur au début de l'entrefer pour différentes valeurs de rayon qui sont respectivement, 5 mm, 10 mm, 13 mm, 16 mm et 19 mm et une épaisseur ( $e = 5\text{mm}$ ).

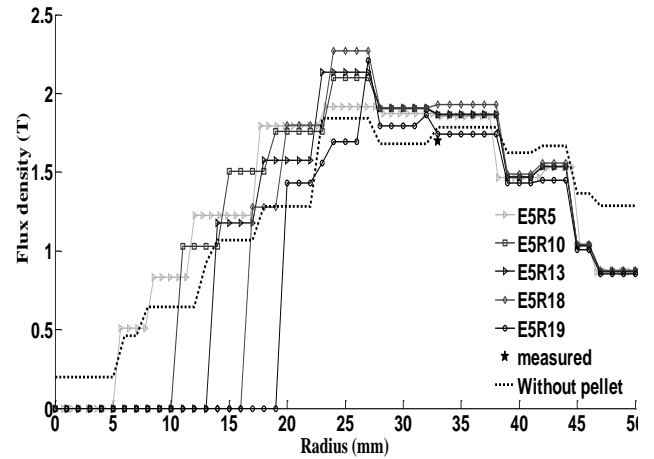


Figure 11: Variation de l'induction magnétique pour différents rayons avec une épaisseur de la pastille  $e = 5\text{mm}$  entre deux écrans supraconducteur

## 7 CONCLUSION

Le modèle numérique 3D est introduit dans cet article pour évaluer les performances électromagnétiques de l'inducteur supraconducteur dans la machine synchrone supraconductrice basée sur la concentration de flux en utilisant la pastille de blindage HTS. Dans le modèle numérique suggéré, nous adoptons une nouvelle approche de la méthode de volume de contrôle (VCM) basée sur un maillage non structurée dédié à la modélisation des géométries complexes. Une comparaison des résultats de modèles numériques avec les résultats expérimentaux confirme la validité de la nouvelle approche de la VCM et du modèle numérique proposé.

## REFERENCES

- [1] Swarn S. Kalsi "Development Status of Superconducting Rotating Machines," IEEE PES Meeting, New York, 27-31 January 2002
- [2] P. Tixador, F. Simon, H. Daffix, and M. Deleglise, "150-kW experimental superconducting permanent-magnet motor," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 9, no. 2, pp. 1205–1208, Jun. 1999.
- [3] P. J. Masson, P. Tixador, and C. A. Luongo, "Safety torque generation in HTS propulsion motor for general aviation aircraft," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 17, no. 2, pp. 1619–1622, Jun. 2007.
- [4] E. Ailam, D. Netter, J. Lévêque, B. Douine, P. Masson, and A. Rezzoug, "Design and testing of a superconducting motor," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 17, no. 1, pp. 27–33, Mar. 2007.
- [5] P. Masson, D. Netter, D. Leveque, and A. Rezzoug, "Experimental study of a new kind of superconducting inductor," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, no. 2, pp. 2239–2242, Jun. 2003.
- [6] S. V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Series in computational methods in mechanics

- and thermal sciences. Hemisphere publishing corporation, 1980.
- [7] A. Cheriet, M. Feliachi, S. M. Mimoune, "3-D movement simulation technique in FVM method application to eddy current non-destructive testing", *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering COMPEL*, Vol. 28, issue 1, pp. 77-84, January 2009.
- [8] L. Alloui, F. Bouillault, S. M. Mimoune, "Numerical study of the influence of flux creep and of thermal effect on dynamic behaviour of magnetic levitation systems with a high-Tc superconductor using control volume method" *EPJ. App. Phys.* 37 (2) (2009) 191.
- [9] L. Alloui, F. Bouillault, L. Bernard, J. Lévêque, and S. M. Mimoune, "3D modeling of forces between magnet and HTS in a levitation system using new approach of the control volume method based on anunstructured grid," *Physica C* 475, pp 32–37, 2012